Métodos HVSR y SPAC:

Un par de programas en Python para su cálculo

Prospección Sísmica I*

September 24, 2024

Abstract

The HVSR technique for ambient vibrations is a widely used technique in geophysical research. It is based on the theory of the H/V ratios and dispersion curves from seismic noise. This paper presents a review of the theory and some new issues on the theoretical theory of this technique.

Introducción

En este trabajo se exploran los métodos HVSR y SPAC, con el objetivo de proporcionar a los alumnos una comprensión clara y accesible de estos enfoques. Se pretende facilitar su aprendizaje mediante una explicación detallada de los principios y aplicaciones de ambos métodos, destacando su importancia y utilidad en el campo de la geofísica.

Antecedentes

Transformada de Fourier

La transformada de Fourier convierte una función del dominio del tiempo en su representación en el dominio de la frecuencia. Para una función $f(t)$, la transformada de Fourier se define como:

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-i2\pi ft}\, dt$$

Esta herramienta es esencial en el análisis de señales, permitiendo descomponer una señal en sus componentes de frecuencia. Facilita el estudio del contenido espectral de la señal y simplifica el análisis de sistemas lineales e invariantes en el tiempo.

*

Ruido sísmico

La señal se define como cualquier evento en el registro sísmico del cual deseamos obtener información del subsuelo Alushuhai (2020). Las reflexiones primarias se consideran señales porque llevan información útil sobre las velocidades y espesores de las capas subsuperficiales. De hecho, las reflexiones primarias se consideran la única "señal deseada" en la sección sísmica, mientras que todo lo demás se considera "ruido no deseado".

El ruido es todo en el registro que no queríamos grabar. La relación señal-ruido (**SNR**) es la relación entre la energía de la señal en una parte específica del registro y la energía del ruido en la misma parte. En registros deficientes, la SNR es menor que uno. Hay dos tipos de ruido sísmico:

- Ruido coherente, que puede seguirse a través de al menos algunas trazas. Incluye ondas superficiales (*rodadura del suelo*), ondas directas, refracciones (*ondas principales*), difracciones y múltiples.
- Ruido incoherente, que es aleatorio en todas las trazas. Incluye ruido generado por dispersores en la superficie cercana, viento, lluvia, humanos y máquinas.

Autocorrelación

La autocorrelación es como mirar un espejo para una serie de datos. Te ayuda a entender cómo cada punto de datos en una serie está relacionado con los puntos anteriores o posteriores en el tiempo. Es útil para encontrar patrones repetitivos en los datos, como si hay alguna tendencia o estacionalidad que se repite.

Correlación cruzada

La correlación cruzada es como comparar dos series de datos para ver si hay alguna relación entre ellas. Te dice si un conjunto de datos parece estar influenciando a otro en algún momento. Por ejemplo, puedes usarlo para ver si las ventas de helados están relacionadas con la temperatura exterior.

Método HVSR

El método HVSR (Horizontal-Vertical Spectral Ratio) propuesto por Nakamura (1989) se calcula dividiendo el espectro horizontal entre el espectro vertical en función de la frecuencia. Esta relación puede proporcionar información valiosa sobre las propiedades del subsuelo, especialmente en términos de la velocidad de propagación de las ondas superficiales y la respuesta de frecuencia del suelo.

$$\text{HVSR}(f) = \frac{\text{EspectroHorizontal}(f)}{\text{EspectroVertical}(f)}$$

En el contexto de la HVSR, es común observar un pico en la relación de amplitudes, conocido como el pico de resonancia, que puede proporcionar información sobre la frecuencia dominante de la capa de suelo blando. La

frecuencia donde se presenta la máxima respuesta se denomina frecuencia fundamental de vibración de la capa de suelo (f_0). El método de Nakamura es una aproximación aceptable para la amplificación debida a la resonancia de ondas S (Lermo y Chávez-García, 1994), y permite aproximar el espesor del depósito de suelo blando (si existe) mediante la fórmula:

$$f_0 = \frac{\beta}{4H}$$

donde β es la velocidad de ondas de corte y H el espesor de la capa de suelo blando. En la evaluación del cociente HVSR es común realizar un traslape de ventanas a lo largo del tiempo de registro de ruido, y antes de calcular el cociente en cada ventana, suavizar los espectros mediante una ventana Konno-Ohmachi (Konno y Ohmachi, 1998).

Método Nakamura

El método propuesto por Nakamura se basa en la hipótesis de que los microsismos están compuestos por un cuerpo principal de ondas y por ondas superficiales de Rayleigh, las cuales son inducidas artificialmente por fuentes como el tráfico y el transporte público, incluyendo los trenes, especialmente comunes en Japón. Estas ondas superficiales se consideran perturbaciones que deben ser eliminadas. Para ello, Nakamura planteó los siguientes postulados:

- Las ondas Rayleigh afectan únicamente la superficie, es decir, la parte superior del estrato, pero no influyen en la base del mismo.
- El impacto de las ondas Rayleigh se manifiesta principalmente en el movimiento vertical.
- Este efecto es equivalente en la superficie tanto para el movimiento vertical como para el horizontal.

El método consiste en medir las componentes del ruido tanto en la superficie como en la base del estrato. Se calcula un promedio de las componentes horizontales y verticales entre ambos niveles:

$$SE(\omega) = \frac{H_s(\omega)}{H_b(\omega)} \quad \text{(superficie/base)}$$

$$AS(\omega) = \frac{V_s(\omega)}{V_b(\omega)}$$

Posteriormente, se obtiene un cociente entre las componentes horizontales y verticales:

$$SM(\omega) = \frac{SE(\omega)}{AS(\omega)}$$

Sin embargo, esta ecuación fue simplificada a partir de resultados empíricos obtenidos en tres ciudades japonesas, donde se concluyó que entre los valores de 0.1 y 20 Hz se puede asumir que $\frac{V_b(\omega)}{H_b(\omega)} = 1$. Por lo tanto, la expresión final es:

$$SM(\omega) = \frac{H_s(\omega)}{V_s(\omega)}$$

De este modo, se obtiene el cálculo de Nakamura. Aunque la teoría subyacente a este método ha sido cuestionada durante mucho tiempo, estudios experimentales muestran que, al aplicarse en suelos blandos, se observa un pico en la frecuencia fundamental del sitio en el espectro de frecuencias. No obstante, otros estudios han señalado que la amplitud de este pico no se correlaciona completamente con la amplificación de la onda S en la frecuencia de resonancia, sino que depende del cálculo de la relación de Poisson del material de la superficie. A pesar de estas limitaciones, el método de Nakamura sigue siendo una técnica sencilla y de bajo costo para estimar las frecuencias fundamentales en suelos blandos.

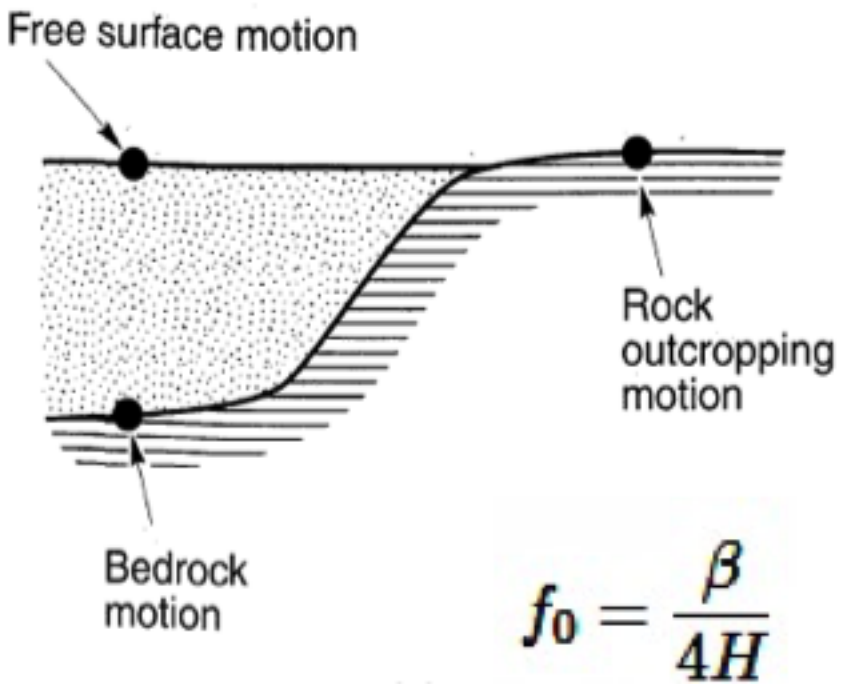

Figure 1: Ejemplo de una superficcie libre sobre un basamento de roca

Método SPAC

El método SPAC (Spatial Autocorrelation) se utiliza para analizar registros de microtremores mediante un arreglo instrumental compuesto por tres o cuatro estaciones dispuestas en una configuración específica. Este método es valioso para estudiar las propiedades dinámicas del suelo y la estructura del subsuelo.

La función de autocorrelación espacial del punto exterior $X(r, \theta)$ está dada por:

$$S_j(r, \theta, f) = E[X^*(r, \theta, f) \cdot X_f(r, \theta, f)]$$

La función de cross-correlación se define como:

$$S_{0j}(r,\theta,f) = E[X_0^*(f) \cdot X_j(r,\theta,f)]$$

El coeficiente de correlación espacial entre las dos estaciones está dado por:

$$\gamma_{0j}(r,\theta,f) = \mathrm{Re}\left[\frac{S_{0j}(r,\theta,f)}{S_0(f) \cdot S_j(r,\theta,f)}\right]$$

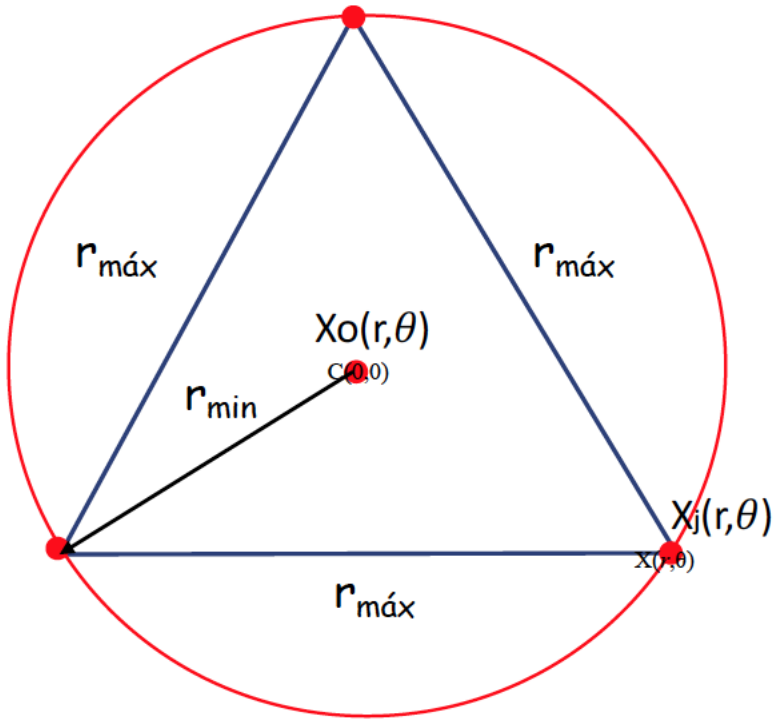

Figure 2: Concepto de toma de datos con el método SPAC

Para obtener el coeficiente de correlación en todas las direcciones del arreglo, se calcula la integral (sumatoria) que se simplifica con la función Bessel de orden cero:

$$\gamma_{0j}(r,f) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} r^2 \frac{J_0(2\pi r f)}{r}\, d\theta$$

donde r es la distancia entre las estaciones, f es la frecuencia, y J_0 es la función Bessel de orden cero. Con los registros de ruido obtenidos en campo, se calcula el coeficiente de correlación, que proporciona la curva de dispersión al resolver la ecuación para $\gamma_{0j}(r,f) = c(f)$.

Y fue Miyakoshi quién definió un abanico de confiabilidad para la curva de dispersión que se obtiene con el método SPAC, considerando que r es la disntrancia enre las estaciones

- Para la conta superior

$$C = r * 10 * f$$

- Para la cota inferior

$$C = r * 2 * f$$

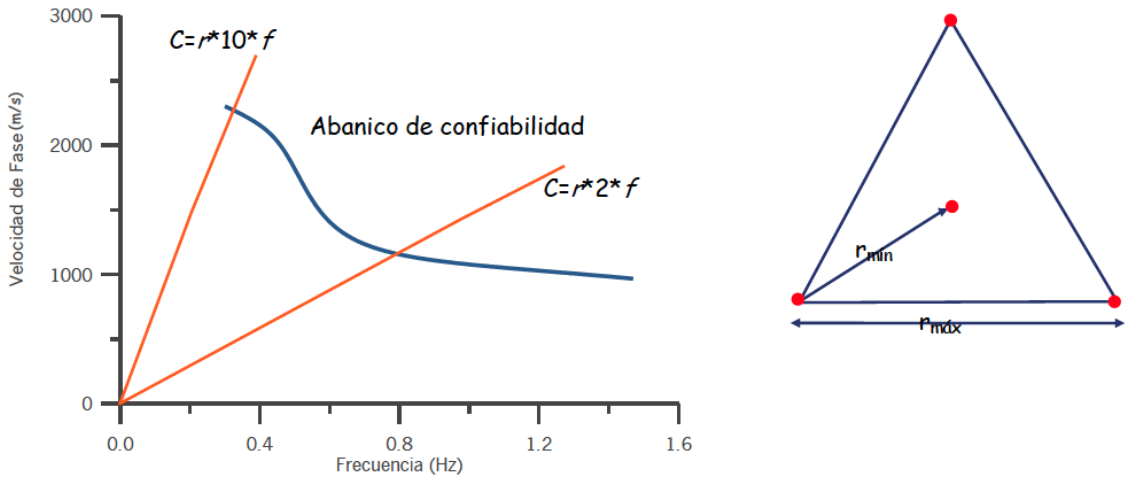

Figure 3: Curva de dispersion con abanico de confiabilidad propuesto por Miyakoshi, y el arreglo triangular de las estaciones

Códigos Python

El método de Welch

El método de Welch es una técnica para estimar la densidad espectral de potencia (PSD) de una señal. Este método mejora la precisión de la estimación reduciendo la varianza de la misma mediante el promediado de múltiples periodogramas. A continuación, se describen los principales pasos y características del método de Welch:

Pasos del Método de Welch

1. **Segmentación de la Señal**: La señal original se divide en segmentos solapados. El solapamiento es típicamente del 50%, aunque puede ajustarse según las necesidades específicas.

2. **Ventaneo de los Segmentos**: Cada segmento se multiplica por una ventana de datos (como una ventana de Hamming o de Hanning) para reducir los efectos de discontinuidades en los bordes de los segmentos. Esta ventana ayuda a minimizar las distorsiones en el espectro de la señal.

3. **Cálculo del Periodograma**: Se calcula el periodograma de cada segmento ventaneado, es decir, se obtiene la densidad espectral de potencia para cada segmento mediante la transformada de Fourier.

4. **Promediado de los Periodogramas**: Los periodogramas obtenidos de cada segmento se promedian para obtener una estimación final de la densidad espectral de potencia. Este promediado reduce la varianza de la estimación, mejorando su fiabilidad.

Uso de scipy.signal.welch

La función `scipy.signal.welch` en Python implementa el método de Welch para estimar la densidad espectral de potencia. La función recibe una serie temporal de valores de medición y varios parámetros opcionales para ajustar la estimación:

- `x`: Serie temporal de valores de medición.
- `fs`: Frecuencia de muestreo de la serie temporal. Valor por defecto: 1.0.
- `window`: Tipo de ventana a usar. Valor por defecto: 'hann'.
- `nperseg`: Longitud de cada segmento. Valor por defecto: 256 si `window` es una cadena o tupla.
- `noverlap`: Número de puntos de solapamiento entre segmentos. Valor por defecto: la mitad de `nperseg`.
- `nfft`: Longitud de la FFT usada. Valor por defecto: `nperseg`.
- `detrend`: Método para eliminar la tendencia de cada segmento. Valor por defecto: 'constant'.
- `return_onesided`: Si es `True`, devuelve un espectro unilateral para datos reales. Valor por defecto: `True`.
- `scaling`: Método de escalado ('density' o 'spectrum'). Valor por defecto: 'density'.
- `axis`: Eje a lo largo del cual se calcula el periodograma. Valor por defecto: -1.
- `average`: Método para promediar periodogramas ('mean' o 'median'). Valor por defecto: 'mean'.

Estimación de la Densidad Espectral de Potencia Cruzada con `scipy.signal.csd`

La función `scipy.signal.csd` en Python se utiliza para estimar la densidad espectral de potencia cruzada (CSD, por sus siglas en inglés) entre dos series temporales mediante el método de Welch. Esta función es fundamental para el análisis de correlaciones y relaciones espectrales entre dos señales, permitiendo entender cómo dos series temporales están relacionadas en el dominio de la frecuencia.

Pasos del Método de Estimación de la CSD

1. **Selección de las Series Temporales**: Se toman dos series temporales de medición, $x(t)$ y $y(t)$, que representan las señales a analizar.

2. **Segmentación y Ventaneo**: Al igual que en el método de Welch, las señales se dividen en segmentos solapados. Cada segmento se multiplica por una ventana de datos (como una ventana de Hanning) para reducir los efectos de discontinuidad en los bordes.

3. **Cálculo de la CSD**: Para cada segmento, se calcula la transformada de Fourier cruzada entre las señales $x(t)$ y $y(t)$, es decir, se multiplica la transformada de Fourier conjugada de $x(t)$ por la transformada de Fourier de $y(t)$.

4. **Promediado de los Periodogramas Cruzados**: Los periodogramas cruzados obtenidos de cada segmento se promedian para obtener una estimación final de la densidad espectral de potencia cruzada.

Uso de `scipy.signal.csd`

La función `scipy.signal.csd` implementa este proceso en Python, y sus principales parámetros son:

- `x`: Serie temporal de valores de medición para la señal $x(t)$.
- `y`: Serie temporal de valores de medición para la señal $y(t)$.
- `fs`: Frecuencia de muestreo de las series temporales. Valor por defecto: 1.0.
- `window`: Tipo de ventana a usar para cada segmento. Por defecto, usa una ventana de Hann.
- `nperseg`: Longitud de cada segmento. Si `window` es una cadena o tupla, por defecto es 256.
- `noverlap`: Número de puntos de solapamiento entre segmentos. Por defecto es la mitad de `nperseg`.
- `nfft`: Longitud de la FFT usada. Valor por defecto: `nperseg`.
- `detrend`: Método para eliminar la tendencia de cada segmento. Valor por defecto: 'constant'.
- `return_onesided`: Si es `True`, devuelve un espectro unilateral para datos reales. Valor por defecto: `True`.
- `scaling`: Método de escalado ('density' o 'spectrum'). Valor por defecto: 'density'.
- `axis`: Eje a lo largo del cual se calcula la CSD. Valor por defecto: -1.
- `average`: Método para promediar periodogramas cruzados ('mean' o 'median'). Valor por defecto: 'mean'.

Aplicaciones de `scipy.signal.csd`

La densidad espectral de potencia cruzada es crucial en muchos campos, como la sismología, la acústica y el procesamiento de señales, donde se necesita analizar la relación entre dos señales en el dominio de la frecuencia. Al emplear `scipy.signal.csd`, los investigadores y profesionales pueden obtener una visión detallada de cómo interactúan las frecuencias de dos señales, lo cual es esencial para el análisis de sistemas complejos y la identificación de fenómenos compartidos entre diferentes series temporales.

Suavizamiento Konno-Omachi

El suavizamiento Konno-Omachi es una técnica utilizada en el procesamiento de señales, específicamente en el análisis de espectros de frecuencias, para suavizar datos espectrales. Este método se emplea principalmente en el contexto de la sismología y el análisis de vibraciones para obtener representaciones más claras y menos ruidosas de los espectros.

Características Principales

1. **Función de Suavizamiento**: La técnica utiliza una función de suavizamiento que pondera los valores espectrales en función de su proximidad en la frecuencia. Esta función de suavizamiento es de forma gaussiana, lo que permite atenuar las fluctuaciones rápidas en el espectro, resultando en una curva más suave.

2. **Control de Ancho de Banda**: El ancho de banda de suavizamiento es controlado por un parámetro que determina el grado de suavidad. Un valor más alto de este parámetro produce un mayor suavizamiento, mientras que un valor más bajo conserva más detalles del espectro original.

Fórmula y Algoritmo

El suavizamiento Konno-Omachi se basa en la siguiente fórmula para calcular los pesos de suavizamiento $W(f, f_0)$:

$$W(f, f_0) = \frac{\sin(B \log_{10}(f/f_0))}{B \log_{10}(f/f_0)}$$

Donde f es la frecuencia en la que se calcula el peso, f_0 es la frecuencia central, y B es un parámetro que controla el ancho de banda de la función de suavizamiento. Esta fórmula genera una función de suavizamiento que se aplica a los valores espectrales para obtener un espectro suavizado.

hvsr.ipynb

El archivo `hvsr.ipynb` es un Jupyter Notebook diseñado para implementar el método HVSR (Horizontal-Vertical Spectral Ratio) propuesto por Nakamura en 1989. Este método es fundamental en sismología y geofísica, ya que permite estimar la frecuencia fundamental del suelo, la cual es crucial para la evaluación de la respuesta sísmica de un sitio.

Objetivo del Notebook

El objetivo principal del notebook `hvsr.ipynb` es procesar datos sísmicos registrados en las componentes vertical (Z) y horizontales (N, E) para calcular la relación espectral HVSR. A través de este cálculo, se puede identificar la frecuencia fundamental del sitio, que es el valor más bajo de frecuencia a la cual el suelo tiende a vibrar naturalmente.

Estructura del Notebook

El notebook está estructurado en varias secciones clave:

- **Importación de Librerías:** Se incluyen las librerías necesarias para el procesamiento de señales (NumPy, SciPy), visualización de datos (Matplotlib), y análisis sísmico (ObsPy).
- **Lectura de Datos Sísmicos:** Se leen los archivos de datos sísmicos correspondientes a las tres componentes principales de la señal: Z (vertical), N (norte), y E (este).
- **Visualización de la Señal:** Se realiza una primera visualización de las señales en cada componente para un análisis preliminar de los datos.
- **Procesamiento de Señales:** Se aplican técnicas de procesamiento como la remoción de tendencia y el cálculo de la Transformada de Fourier utilizando el método de Welch para obtener el espectro de potencia de cada componente.
- **Cálculo del Cociente HVSR:** Utilizando las técnicas de suavizamiento Konno-Omachi, se calcula la relación entre el espectro horizontal y el espectro vertical, obteniendo así la curva HVSR.
- **Determinación de la Frecuencia Fundamental:** Se identifica la frecuencia fundamental del sitio, que corresponde al pico máximo en la curva HVSR.
- **Visualización Final y Resultados:** Se visualizan los resultados finales, incluyendo la curva HVSR suavizada y la frecuencia fundamental, la cual se presenta como un valor clave para el análisis del comportamiento del suelo bajo condiciones sísmicas.

Importancia y Aplicaciones

El análisis realizado en `hvsr.ipynb` es fundamental para la ingeniería sísmica, ya que proporciona una estimación de la frecuencia fundamental del sitio. Este valor es crucial para el diseño de estructuras sismorresistentes, permitiendo evitar que las estructuras entren en resonancia con las vibraciones del suelo, minimizando así el riesgo de daños.

spac.ipynb

El archivo `spac.ipynb` es un Jupyter Notebook dedicado a la implementación del método SPAC (Spatial Autocorrelation), una técnica utilizada para analizar registros de microtremores mediante un arreglo instrumental compuesto por tres o cuatro estaciones dispuestas en una configuración específica. Este método es fundamental para estudiar las propiedades dinámicas del suelo y la estructura del subsuelo.

Objetivo del Notebook

El objetivo principal del notebook `spac.ipynb` es procesar y analizar datos sísmicos registrados en diferentes estaciones para calcular la autocorrelación espacial. A partir de esta información, se puede obtener la curva de dispersión del sitio, la cual es crucial para entender las propiedades dinámicas del suelo.

Estructura del Notebook

El notebook está organizado en varias secciones clave:

- **Importación de Librerías:** Se incluyen las librerías necesarias para el procesamiento de señales (NumPy, SciPy), y visualización de datos (Matplotlib).
- **Lectura de Datos Sísmicos:** Se leen los archivos de datos sísmicos correspondientes a los registros de microtremores obtenidos en varias estaciones.
- **Visualización de la Señal:** Se realiza una primera visualización de las señales para cada estación con el fin de identificar características importantes.
- **Procesamiento de Señales:** Se aplican técnicas como el cálculo de la Densidad Espectral de Potencia (PSD) y la función de cross-correlación mediante el método de Welch y la función `csd` de `scipy`.
- **Cálculo de la Autocorrelación Espacial:** Se utiliza la autocorrelación espacial para calcular el coeficiente de correlación entre las estaciones, integrando el resultado sobre todas las direcciones del arreglo utilizando la función de Bessel de orden cero.
- **Curva de Dispersión:** Se obtiene la curva de dispersión del sitio a partir del cálculo de las frecuencias donde el coeficiente de correlación cruza por cero, y se determina la velocidad de fase en función de la frecuencia.
- **Visualización Final y Resultados:** Se visualizan las curvas de dispersión obtenidas y los límites de confiabilidad definidos por Miyakoshi, mostrando así las propiedades dinámicas del suelo analizado.

Importancia y Aplicaciones

El análisis realizado en `spac.ipynb` es esencial para la ingeniería geotécnica y sísmica, ya que proporciona una comprensión detallada de las propiedades dinámicas del suelo. La curva de dispersión obtenida a través del método SPAC es crucial para la modelización del comportamiento del subsuelo, lo cual es vital para el diseño y evaluación de infraestructuras sismorresistentes.

Comentarios

El objetivo principal de este trabajo es dotar al estudiante de ingeniería geofísica de herramientas prácticas y accesibles para que realice sus actividades, además de mostrarle el potencial de los métodos HVSR y SPAC en el análisis de vibraciones y ruido sísmico. Al ofrecer una revisión detallada de la teoría, junto con ejemplos prácticos y aplicaciones en Python, se pretende facilitar el aprendizaje y la implementación de estas técnicas en entornos académicos y profesionales.

En conclusión, esperamos que este trabajo sirva como una guía práctica y accesible para los estudiantes de ingeniería geofísica, ayudándoles a dominar métodos clave en el análisis de vibraciones y ruido sísmico. Al proporcionar una base sólida en la teoría y la práctica, confiamos en que los estudiantes estarán mejor preparados para enfrentar los desafíos de sus futuras carreras en geofísica.

Referencias bibliográficas

- Tago Pacheco, J.(2017, febrero 1). Física de las ondas [Compilado de notas]. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- SciPy. "scipy.signal.welch". `https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.welch.html`
- Yutaka Nakamura. A method for dynamic characteristics estimation of subsurface microtremor on the ground surface. Quarterly Report of Railway Technical Research Institute, 30(1):2533, 1989.
- Zhang, Y., Wei, X., Li, Y. E., Jeong, S., & Ku, T. (2023). Sediment thickness and average Vs prediction using HVSR of ambient seismic noise: case studies in Singapore. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, *82*(3), 195. `https://doi.org/10.1007/s10064-023-03195-3`
- Lunedei, E., Albarello, D. (2021). "Synthetic spectral structure of the seismic ambient vibrations generated by a distribution of superficial random sources with a finite extension."
- Bignardi, S., Mantovani, A., Abu Zeid, N. (2016). "OpenHVSR: imaging the subsurface 2D/3D elastic properties through multiple HVSR modeling and inversion."
- Abu Zeid, N., Corradini, E., Bignardi, S., Santarato, G. (2016). Unusual geophysical techniques in archaeology - HVSR and induced polarization, a case history. In: 22nd European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics, NSAG-2016. `https://doi.org/10.3997/2214-4609.201602027`.
- Nogoshi, M., & Igarashi, T. (1971). On the Amplitude Characteristics of Microtremor (Part 2). *Zisin(Journal of Seismological Society of Japan 2nd ser.)*, *24*(1), 26-40.

- Vantassel, J. P., Stolte, A. C., Wotherspoon, L. M., & Cox, B. R. (2023). AutoHVSR: A machine-learning-supported algorithm for the fully-automated processing of horizontal-to-vertical spectral ratio measurements (Número de documento de arXiv: 2304.05559v1 [physics.geo-ph]). Virginia Polytechnic Institute and State University / The University of Auckland / Utah State University.

- Lunedei, E., & Albarello, D. (2010). Theoretical HVSR curves from full wavefield modelling of ambient vibrations in a weakly dissipative layered Earth. *Geophysical Journal International*, *181*, 1093–1108.

- Lunedei, E., & Malischewsky, P. (2015). A review and some new issues on the theory of the H/V technique for ambient vibrations. In: Ansal A (ed) Perspectives on European earthquake engineering and seismology. Geotechnical, geological and earthquake engineering, vol 39. Springer, Cham. `https://doi.org/10.1007/978-3-319-16964-4_15`

- Picozzi, M., Parolai, S., & Richwalski, S. (2005). Joint inversion of H/V ratios and dispersion curves from seismic noise: Estimating the S-wave velocity of bedrock. *Geophysical Research Letters*, *32*(11). `https://doi.org/10.1029/2005GL022878`

- Al-Shuhail, A., Al-Dossary, S. (2020). *Attenuation of Incoherent Seismic Noise*. Advances in Oil and Gas Exploration & Production. Springer Cham. DOI: `https://doi-org.pbidi.unam.mx:2443/10.1007/978-3-030-32948-8`.